

MUHASEBE HİLELERİNİN ORTAYA ÇIKARILMASINDA BENFORD YASASI

Prof. Dr. Melih ERDOĞAN*

1. Gizemli Bir Olgunun Geçmişten Günümüze Bilimsel Serüveni

Bundan tam 119 yıl önce, yani 1881 yılında, "American Journal of Mathematics"de Astronom ve matematikçi **Simon Newcomb** imzasıyla iki sayfalık bir makale yayımlandı. Newcomb makalesinde tuhaf bir olgudan söz ediyordu. Henüz hesap makinalarının kullanılmadığı, hesaplamaların tablolar yardımıyla yapıldığı bu çağda, Logaritma tablolarının ilk sayfalarının diğerlerinden daha kirli, daha yıpranmış, sonuçta daha çok kullanılmış olduğu Newcomb'un dikkatini çekmişti. Newcomb bu garip durumu araştırmaya başladı; kullanılan bu tablolarda araştırılan veriler ilginç bir biçimde, en çok "1" ile başlıyordu. Öğrencilerin ve araştırmacıların 2'ye göre 1, 3'e göre 2 gibi küçük başlangıçlı sayılar üzerinde daha çok çalıştıkları ortaya çıkıyordu.

Newcomb, bu çıkarsamasını şu şekilde formüle etti: "D'ye eşit olan herhangi bir anlamlı ilk rakamın bir kümeden çekilme olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanır":

$$= \log_{10}(1 + 1/D), \quad D=1,2,\dots,9$$

Örneğin 3'ün ilk rakam olma frekansı:
 $\log_{10}(1 + 1/3) = 0,12494$

Newcomb'un makalesinde ortaya koyduğu formül o çağda hiç kimse için inandırıcı değildi; ve makale, General Electric'te çalışan fizikçi **Frank Benford**, 1938'de logaritma tabloları üzerinde aynı gözlemi yapmaya dek yani, 57 yıl boyunca tamamen unutuldu. İlginç olayı fark eden Benford, tüm zamanı ve tüm enerjisiyle bu gözlemini çok büyük sayılarda veri yardımıyla test etmeye girişti. Çalışması, hidrolojiden Amerikan basketbol ligi istatistiklerine,

* Anadolu Üniversitesi, İşletme Fakültesi

kimyasal elementlerin atomik ağırlıklarından gazete satışlarına, nehirlerin uzunluklarından nüfus sayımlarına kadar 300'den fazla ve çok farklı alanlardaki 20229 gözlemi içeriyordu ve anlaşılabilir biçimde bu ölçümlerin sonuçları 890 veya 960 gibi sayılardan çok, 120 veya 140 gibi sayılar oluyordu. Bütün örneklerde "1" her zaman klasmanın başındaydı. Benford, Newcomb'la aynı logaritmik-olasılık yasasına ulaşmıştı.

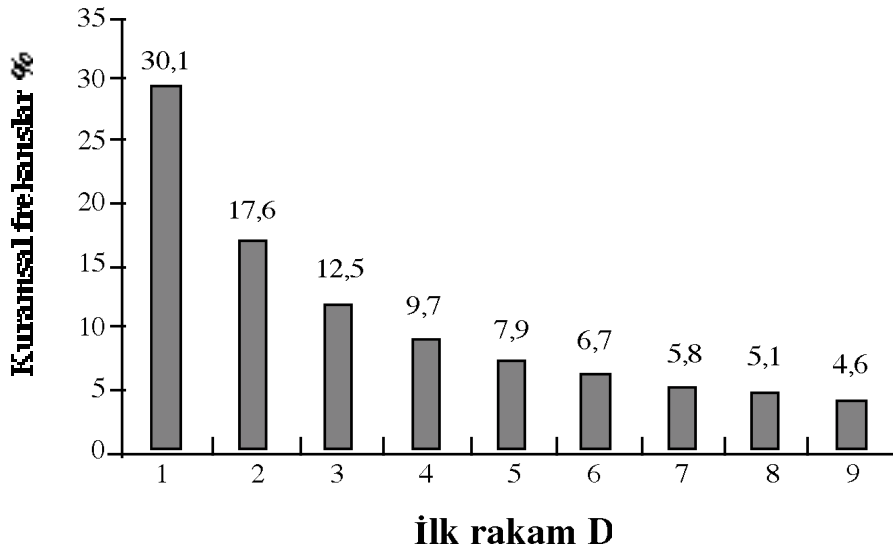
Benford, dağantistü bir emek sonucu

topladığı ve tablolastırdığı verileri "Proceeding of the American Philosophical Society"de 1938 yılında bir makale olarak yayımladı. Anlamlı ilk rakamlar tablosu (sayıların içinde en solda konumlanmış olan) artık kendi adıyla anılacak olan "Benford Yasası"yla tam bir uyum içindeydi. Benford'un belirlemesine göre özellikle "1" rakamı anlamlı bir ilk rakam olarak 3 üzeri 1 olarak ortaya çıkıyordu!. Aşağıdaki tablodan da (Tablo1) görüleceği gibi, 1'in bir sayı içinde ilk sırada olma şansı, 9'a göre 6 defa daha fazla idi (30,1'e karşı 4,6).

Tablo1: Benford yasasına göre en solda yer alan rakamların kuramsal ortaya çıkış frekansları

Bir sayının ilk değerleri D	1	2	3	4	5	6	7	8	9
İlgili frekansları	%30,1	%17,6	%12,5	%9,7	%7,9	%6,7	%5,8	%5,1	%4,6

Şekil 1. Bir sayının en solundaki rakamın ortaya çıkış frekansları eğrisi



Nihayet 1996 yılına gelindiğinde Atlanta Georgia Teknoloji Enstitüsü matematik profesörü **Ted Hill**, "Statistic Science"da yayımladığı makalesinde Benford yasasını matematiksel olarak kanıtladı¹. Bu kanıtlamada temel düşünce, ortak olarak kabul görmüş olan "verilerin değişmezlik ölçüsti"dür. Bütün sayılar belirli bir birime bağlı olarak ifade edilirler Ancak eğer bir anlamlı ilk rakamlar yasası varsa o, kullanılan (veya seçilen) birimden bağımsız olmalıdır Örneğin, bu yasa metrik sistemde de, İngiliz ölçü biriminde de işleyebilmelidir. Başka bir deyişle, bu sistemler birbirlerine dönüştürüldüklerinde de yasa geçerli olmalıdır Deneysel gözlemler göstermektedir ki, veri toplulukları, başka bir birime dönüştürüldüklerinden sonra da aynı şeyi yapmayı sürdürmektedirler Bu işlem sabit bir katsayı yardımıyla basitçe gerçekleştirilebilir. Örneğin, DM para biriminden oluşan bir fiyat listesi, \$ veya Frank'a ya da Yen'e çevrildiğinde, anlamlı ilk rakam, bir paradan diğerine radikal bir biçimde değişmekte oysa hesaplanan frekanslar anlamlı şekilde değişmemektedir².

2.Muhasebe Hileleri ve Benford Yasası

Şu anda "Dallas, Southern Methodist Üniversitesi"nde muhasebe Profesörü olan **Mark Nigrini**, ilk rakam olgusunun ilginç özelliğinin, muhasebe hilelerinin ortaya çıkarılmasında bir yöntem olarak kullanılabileceğini düşündü.

İlk bakışta, bu ilgi çekici ve gizemli olgunun muhasebe ile nasıl bir bağıntısı olabileceği akla gelebilir. Bir diğer soru da şu olabilir: Neden muhasebe hataları değil de muhasebe hileleri?

Bu soruların yanıtlarını bulabilmek için tekrar Mark Nigrini'ye dönelim. Nigrini, bu kul-

lanımı ve sonucunu doğrulayan çok sayıda ampirik kanıt topladı; çok sayıdaki gözlemlerde anlamlı ilk rakamın frekansı etkin olarak Benford yasasını izliyordu. Araştırmalarını genişleten Nigrini, 1992 yılında yayımladığı muhasebe doktora tezinde Benford yasasının benzetimine dayalı bir kullanım önerdi. Tezinde, satışlardan giderlere kadar muhasebenin birçok alanındaki verilerin Benford yasasını izlediğini ve bu alanlarda yasadan sapmaların standart istatistiksel testlerin kullanılmasıyla hızlı bir biçimde ortaya çıkarılabileceğini gösterdi. Benford modeline uygun olarak ölçümlendiğinde (bir diğer deyişle, Benford modelinden uzaklığın uygunluk testleriyle ölçülmesiyle...), muhasebenin normal verileriyle, hileli verileri arasında çok güçlü farklar ortaya çıkıyordu (Şekil 2)³. Daha sonra, Nigrini'nin testlerinin yardımıyla NewYork'taki Brooklyn hileler servisi, bu modeli uygulayarak, New York'lu yedi şirketteki muhasebe sahteciliklerini ortaya çıkarttı. Sonuçlara bakıldığında, sahtekarlık yapanlar genelde 1'le başlayan verileri çok az üretiyorlar, buna karşın, 6 ile başlayanları daha çok üretiyorlardı Bu ilk başarıdan sonra, Amerika'nın çeşitli eyaletlerindeki vergi servisleri Nigrini'ye başvurarak danışmanlık istediler ve bu modeli kullanmaya başladılar

Kanımca burada sorular yanıtlarını bulmaktadır -Aslında birinci soru, yani muhasebeyle Benford yasasının nasıl bir ilgisi var diye sormak gerkamların ortaya çıkış sıklıkları yani frekansları, Benford yasasına uymayan biçimde değişiyorsa, bunu yaratan sistematik bir dış etken var demektir. Bu, muhasebe verileri üzerinde "kasıtlı" bir girişimin, yani verileri doğal akışlarının dışına çıkartmaya dıkmaların ortaya çıkış sıklıkları yani frekansları, Benford yasasına uymayan biçimde değişiyorsa, bunu yaratan

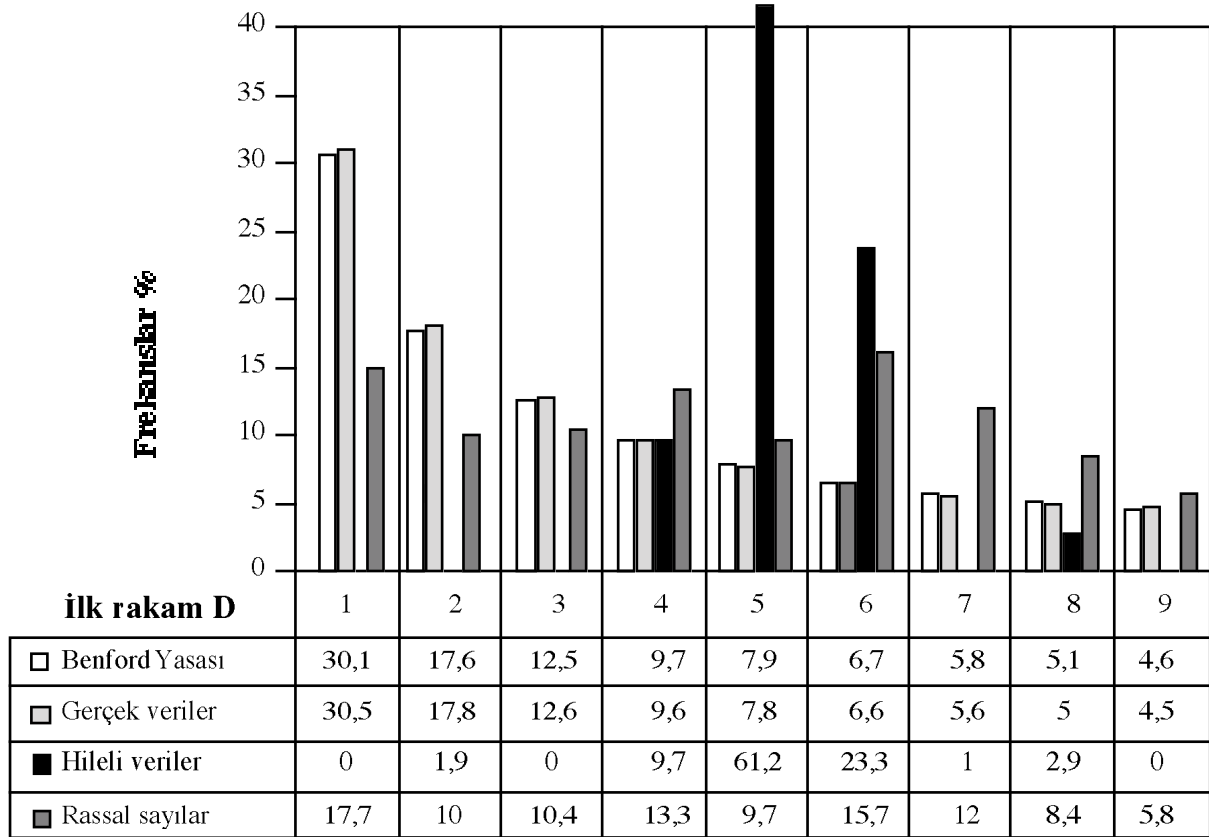
1 Ted Hill, "A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law" Statistical Science 10, 1996

2 Bu açıklamalardan sonra loto, piyango gibi şans oyunlarında küçük rakamlarla başlayan sayıları tercih etmek yanıltıcı olur. Çünkü bu gibi şans oyunları Benford yasasını izlememektedir. Her rakamın frekansı birbirine eşittir (11,1). Ancak ilginç bir şekilde, bu gibi Benford yasasını doğrulamayan veri toplulukları da başka veri topluluklarıyla kombine edildiklerinde bu serilerin ortalamalarının frekansı Benford yasasına boyun eğmektedir. Bir fenomen yasayı yeniden formüle etmektedir.

3 Şekil 2, Mark Nigrini'nin bir uygulamasına dayalı gerçek vergi verilerini, hileli nakit ödeme ve tahsilat verilerini ve 743 gönüllü öğrencinin altı haneli olarak ürettikleri tamamen rassal sayıların frekanslarını göstermektedir. Grafikten görüleceği gibi, Benford yasasını sadece vergiyle ilgili gerçek verilerden çekilmiş anlamlı sayıların frekansları izlemektedir.

sistematiik bir dış etken var demektir. Bu, muhasebe verileri üzerinde "kasıtlı" bir girişimin, yani verileri doğal akışlarının dışına çıkartmaya dolayısıyla bozmaya yönelik bir eylemin açık kanıtıdır. Bu durumu açıklayan sözcük de "hile"dir.

şekil 2. Benford ve Hileler



3.Hileli Muhasebe Verilerinin Benford Modeliyle Ortaya ıkarılması

Benford yasasından hareketle muhasebe hilelerinin ortaya çıkarılması için, bu yasanın öngördüğü ilk rakamların frekansları ile gerçek bir muhasebe evreninde ortaya çıkan ilk rakamların frekanslarını karşılaştırmak yeterli olacaktır. Ancak bunun için aşağıdaki adımlardan oluşan bir yol izlemek gerekir.

- Muhasebe evreninden örneklem seçimi
- Gözlemlenen frekansların test edilmesi

- Yargıya varılması
- Kanıtlayıcı verilerin araştırılması

● Muhasebe evreninden örneklem seçimi

Daha önce de belirttiğimiz gibi muhasebenin birçok alanı bu modelin uygulaması için elverişlidir. Stok kalemleri, günlük defter hesapları, muhasebe belgeleri vb.. Denetlenecek alan, bir muhasebe evreni olarak kabul edilerek

bu evrenden rassal olarak çekilecek birimlerle bir örneklem oluşturulur. Elde edilen bu örneklem içinde giren her bir birimin (örneğin her bir parasal tutarın)⁴ ilk sayıları işaretlenir. Yani hangi ilk sayıların kaç kez ortaya çıktığı (frekansı) belirlenerek frekans tablosuna yerleştirilir (Tablo 2).

Örneğin, n=120 tutardan oluşmuş bir örneklem seçmiş olduğumuzu varsayalım. Örneklem üzerindeki gözlemlerimiz, bunlar arasında "1" sayısıyla başlayan 14 tutarı, "2" ile başlayan 8 tutarı vb... Tablo 2'deki gibi ortaya koymaktadır:

Tablo 2: Örneklem Frekansları

İlk rakam D	D ile başlayan tutarların frekansları	Gözlemlenen frekanslar %
1	14	11,6
2	8	6,7
3	10	8,3
4	11	9,2
5	13	10,8
6	29	24,2
7	17	14,2
8	10	8,3
9	8	6,7
Toplam	120	100,0

● Gözlemlenen frekansların test edilmesi

Bu adımda amaçlanan, örneklem çekildiği evrenin izlediği kuramsal dağılım üzerine bir hipotez oluşturarak, eğer Benford dağılımıyla aralarında anlamlı farklar varsa (başka bir ifade ile örneklemde beklenmeyen dalgalanmalar ortaya çıkıyorsa) bunları saptayarak, bir karşılaştırma yapabilmektir. Hipoteze göre, eğer bu iki dağılım arasında anlamlı farklar yoksa, hipotez test edilmiş demektir. Bu aynı zamanda, örneklem üzerinde gözlemlenen frekansların Benford yasasına göre elde edilen kuramsal olasılıklara yakın olduğu anlamına gelecektir. Denetçinin, hipotezi reddetmek için %5'lik bir yanlışma riskini (anamlılık düzeyi: $\alpha=0,05$) kabul ettiğini varsayalım.

Bu durumda, her bir anlamlı ilk sayı için gözlemlenen frekanslarla, Benford kuramsal frekansları arasındaki farkları saptayarak, bu farkların anlamlı olup olmadığını Ki-Kare (χ^2) testi uygulayarak ortaya çıkartabiliriz⁵.

Örneğimize uygulanan, χ^2 testi aşağıdaki sonuçları vermektedir:

- 4 Bilindiği gibi, örnekleme yönteminde, evrenden rassal olarak çekilen örneklem birimleri incelenir ve ilgilenilen özelliğe bağlı olarak, örneklem saptaması ortaya çıkarılır. Ortaya çıkan sapma (hata tutarı, hata oranı gibi), denetçinin "kabul edilebilirlik" sınırları ile karşılaştırılarak örneklem için yargıya varılır. Örneklem, evreni temsil ettiğine göre varılan yargı evren için de geçerlidir. Bu kez yöntemi Benford dağılımından sapmayı belirlemek için kullanıyoruz.
- 5 Görüldüğü gibi karşıımızda iki frekans dağılımı durmaktadır: Örneklemden elde edilen gözlem frekansları ve Benford kuramsal frekansları. Bu iki dağılım arasındaki farkın rassal kabul edilip edilemeyeceğini, veya; beklenen değer ile gerçekleşen değer arasındaki farkın hangi olasılıkla rassal olduğunu ortaya koyan test χ^2 testidir.

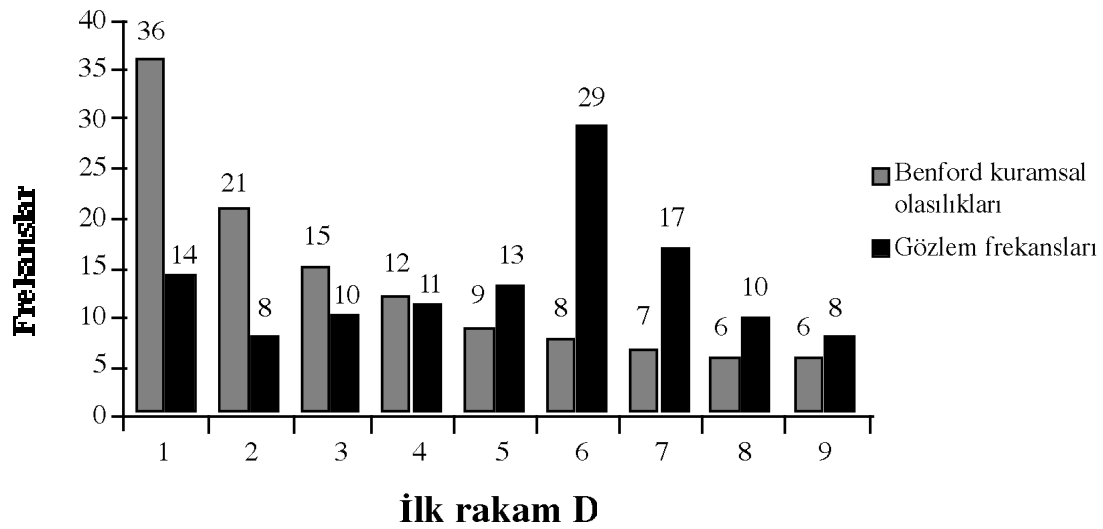
Tablo 3: χ^2 değerlerinin belirlenmesi

İlk rakam	Benford kuramsal olasılıkları	Gözlemlenen mutlak frekanslar	Benford kuramsal frekansları	Frekanslar üzerinde gözlemlenen Farklar	$\chi^2_{i=}$
D	ki	gi	nki	gi-nki	$(gi-nki)^2/nki$
1	0,301	14	36	-22	13,44
2	0,176	8	21	-13	8,05
3	0,125	10	15	-5	1,67
4	0,097	11	12	-1	0,08
5	0,079	13	9	4	1,78
6	0,067	29	8	21	55,13
7	0,058	17	7	10	14,29
8	0,051	10	6	4	2,67
9	0,046	8	6	2	0,67
	1,000	n=120	120		$\Sigma=97,78$

Tablo'da yer alan n=120 örneklem birimine göre, Benford kuramsal olasılıkları ile gözlemlenen örneklem birimlerinde ortaya çıkan

mutlak frekansların dağılımları aşağıdaki şekil üzerinde de görülebilir.

Şekil 3. Benford Kuramsal Frekansları ve Gözlemlenen Frekanslar



● Yargıya varılması

Daha önce de vurguladığımız gibi, Ho hipotezine göre, kontrol edilen tutarlar, Benford yasasını izlemelidir. Yani, "gözlemlenen frekanslarla Benford yasasının uygulandığı sonuçlar arasında fark yoktur" varsayımıyla hareket etmekteyiz. Bu, gözlemlenecek X^2 değerlerinin toplamının en düşük eşiği 15,50 demektir (X^2 tablosundan elde ettiğimiz bu değerle ilgili olarak, yanlışlık riskimiz 0,05 ve serbestlik derecemiz sekizdir⁶). Tablo 3'te görüldüğü gibi, hesapladığımız X^2 toplamı 97,78 olarak çıkmaktadır ve 15,50'yi geçtiğinde hipotez reddedilir (red bölgesi: $X^2 > 15,50$). Bu sonuç, bizi, iki frekans dağılımı arasında bir sapma (yanlılık) olduğu çıkarsamasına götürmektedir.

Eğer sonuçlar, farklı olsaydı ve χ^2 toplamı 15,50'yi geçmese idi, Ho hipotezi reddedilmeyecek ve bir sapma olmadığı sonucuna varılacaktı.

● Kanıtlayıcı verilerin araştırılması

Ancak örneğimizde, Benford yasasına göre evrenden aldığımız verilerle oluşturduğumuz örneklem üzerinde gözlemlenen veriler, en çok %5 yanlışlık riski ile bizi Ho hipotezini reddetmeye götürmektedir. Denetçi tarafından araştırılacak tek özellikli olay, sapmaya neden olan ve Benford yasasına karşıt olan veriler üzerinde inceleme başlatmaktır.

Bunun için denetçinin izleyeceği yol aşağıdaki adımlardan oluşacaktır :

□ Öncelikle, örneklem üzerinde 15,50 eşiğini aşırı χ^2 değerleri bulunur. Örnek olayımızda 6 ile başlayan 29 tutar hilelerin kamıdır. Çünkü, bu tutarlar, 55,13 χ^2 değeriyle, 15,50 eşiğinin aşılmasına yol açmaktadırlar⁷.

□ Bu yeni durum karşısında denetçi, örneklem giren ve 6 ile başlayan tutarların hileli olup olmadığını araştırarak, sonuca varabilir. Gerçekten örneklem, evreni temsil eden özellikte ise denetçinin bu 29 tutar içinde hileli tutarlar yakalaması gerekir⁸. Şunu hemen belirtelim ki, denetçi bu sayılar içinde hileli tutarlar ortaya çıkarmaya bilir de. Şimdiye kadar yapılan uygulamaların sonuçları, Benford analizinin verilerin hileli olduğunu %68 oranında, hilesiz olduğunu ise %67 oranında ortaya çıkardığını göstermektedir. (Bu oranların oldukça yüksek, yani analizin oldukça etkili olduğunu ve sapmaların büyüklüğüne göre de değişebileceğini gözardı etmeyelim). Örneğimizdeki sapmalara bakıldığında, 6 ile başlayan sayılarda bir hile bulunamaması durumunda örneklem büyütilerek araştırma devam edilmesi düşünülmelidir.

□ Denetçinin örneklemde 6 ile başlayan tutarlar içinde hileler saptaması, evrende de 6 ile başlayan tutarlar üzerinde yoğunlaşarak hileli tutarları ve kanıtlayıcı öğelerini ortaya çıkarması sürecini başlatacaktır.

4.Sonuç

Görüldüğü gibi matematiksel bir kuşkuçuluk, sayısal kullanımların etkili bir aracına dönüşebilmektedir. Gerçekten şaşırtıcı hatta gi-

6 Serbestlik derecesi tablo satır sütun sayılarına göre $(k-1)(r-1)$ olarak hesaplanır. $v = 9-1=8$

7 Mark Nigrini, gerçekleştirdiği bir denetim uygulamasında işletmenin sağlık ödemelerinin ilk iki sayısını Benford yasasına uygun olarak test ettiğini ve ortaya 6 ve 5 ile başlayan sayıların çıktığını ve 6500\$ ile 6599\$ lık çekler arasında 13 hileli çek bulunduğunu belirtiyor. Burada bir yanlışlığa düşmemek gerekiyor. Örneğimizdeki Ho hipotezinin aşılmasına yol açan ve 6 ile başlayan sayılar, verilerin (tutarların) hileli olduğunu kanıtlamaktadır. Sahte veya hileli tutarlar 6 ile başlayan tutarlarda yoğunlaşmaktadır. Ancak bu, sadece ilk sayısı 6 olan tutarlar hilelidir anlamına gelmemelidir. Ancak her şeyden önemlisi, ilgilenilen muhasebe evreni bir şekilde lekeli yani hilelidir.

8 Bir tartışma konusu da burada ortaya çıkmaktadır. Ortaya çıkan sonuçlara göre, denetçinin uyguladığı örneklem yönteminde örneklem büyüklüğünü belirlerken kullandığı iç kontrol güven düzeyi, kabul edilebilir oran, beta risk gibi örneklem riskini ve denetim riskini gözönüne alan hipotezler bir anda alt üst olabilir. Verdiğimiz örnekte olduğu gibi ciddi ölçüde bir hile yoğunlaşması, denetçinin son derece isabetsiz öngörülerle hareket ettiğini, örneğin iç kontrol sisteminin etkinliği konusunda öngördüğü beta riskin çok ötesinde bir sapma ortaya çıktığını ortaya koyabilir (*Beta risk: İç kontrol güvenilirliği gerçekte yeterli olmadığı halde, denetçinin örneklem dayanarak yeterli olduğu yolunda karar vermesi riskidir*). Denetçinin örneklem büyüklüğü seçiminde bu riski gözönüne alması ve örneğin %5 veya %10 beta risk tablolarını kullanması gerekmektedir. Böyle bir sonuç, Denetim riskini oluşturan üç öğeden biri olan deteksiyon riskini, yani denetçinin yetersizliğini ortaya koymaktadır ki bu da denetçi için pek hoş bir durum olmasa gerektir.

zemli bir yasa, duyarlı alanlarda veya büyük olasılıkla hile yapılmış olan alanlarda denetçiye yön verici yeni bir araç olarak, katkı sağlayabilmektedir.

Denetçinin bu sayısal analizi bilgisayar programına dönüştürerek denetimini çok daha etkinleştirebileceği ve hızlandırabileceği açıktır. Ayrıca işletmelerin bilgisayar destekli iç kontrol

sisteminin bir ögesi olarak bu analizi kullanmaları, iç kontrol etkinliğini artırıcı bir rol oynayacaktır.

Ancak yanlış bir izlenim edinilmemelidir. Bu yeni kontrol etkinliği, denetçinin kullanmakta olduğu ve denetimde alışlagelmiş yöntemlerin hiçbirinin yerini almamaktadır. Sadece basit ancak etkili bir aracı devreye sokarak, denetim etkinliğini artırmaktadır.

Yararlanılabilecek Kaynaklar

NIGRINI, Mark, J., "A Taxpayer Compliance Application of Benford's Law" *Journal of the American Taxation Association*, 18,72-91, 1996

NIGRINI, Mark, J., "I've Got Your Number", *Journal of Accountancy*, 187, 79-83, Mayıs 1999,

LABOUZE Robert; LABOUZE Xavier, "La Détection des Fraudes Comptables" *Révue Française de Comptabilité*, 321, 55-58, Nisan 2000

HILL, Ted, P., "A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law" *Statistical Science* 10, 354-363, 1996

HILL, Ted, P., "The First Digit Phenomenon" *American Scientist* 86, 358-363, 1998

<http://www.larecherche.fr>